

Πειραματική διάταξη για τη μελέτη της ροής ρευστού σε σωλήνα

Σπύρος Χόρτης

Στο άρθρο αυτό περιγράφεται η κατασκευή μιας πειραματικής διάταξης για τη μελέτη ρευστού σε κίνηση και η πειραματική επιβεβαίωση βασικών νόμων που διέπουν τα σχετικά φαινόμενα. Στο πρώτο μέρος δίνεται το θεωρητικό πλαίσιο των φαινομένων που θα μας απασχολήσουν. Στο δεύτερο μέρος περιγράφονται λεπτομερώς τα στάδια της κατασκευής της πειραματικής διάταξης. Στο τρίτο μέρος αξιοποιούμε τις μετρήσεις που παίρνουμε κατά τη λειτουργία της συσκευής και υπολογίζουμε πειραματικά τα μεγέθη ταχύτητα ροής και συντελεστή ιξώδους.

Στο υποστηρικτικό υλικό, το οποίο είναι διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο του περιοδικού (<http://physcool.web.auth.gr/index.php/2014-09-22-08-09-05/9>), δίνονται συνοπτικά οι βασικές αρχές και νόμοι που είναι απαραίτητοι για την κατανόηση των παρατηρήσεων κατά την πραγματοποίηση των πειραμάτων. Ο αναγνώστης που δεν είναι εξοικειωμένος με τις αντίστοιχες έννοιες ίσως θα μπορούσε να ξεκινήσει από εκεί την ανάγνωσή του.

Μέρος Α'. Θεωρητικό πλαίσιο

Ροόμετρο Venturi

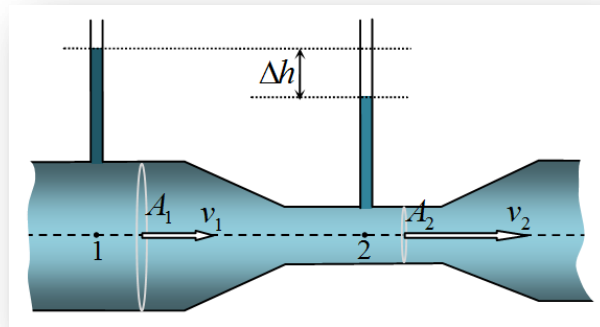
Μια σημαντική εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli (βλ. εξίσωση 2, υποστηρικτικό υλικό) είναι το ροόμετρο Venturi. Είναι μια διάταξη με την οποία μπορούμε να μετρήσουμε την ταχύτητα ροής ενός ρευστού σε σωλήνα. Σχηματικά η διάταξη φαίνεται στο Σχήμα 1.

Εφαρμόζοντας το νόμο του Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 έχουμε,

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Επίσης, από την εξίσωση συνέχειας (βλ. υποστηρικτικό υλικό, Σχήμα 1) παίρνουμε τη σχέση,

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



Σχήμα 1. Το ροόμετρο Venturi.

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει,

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left(\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}}$$

Όμως η διαφορά των στατικών πιέσεων στα σημεία 1 και 2 ισούται με την υδροστατική πίεση της στήλης ύψους Δh του υγρού. Δηλαδή $p_1 - p_2 = \rho g \Delta h$. Άρα η ταχύτητα του ρευστού στο σημείο 1 θα είναι

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1}} \quad (1)$$

Σωλήνας Pitot

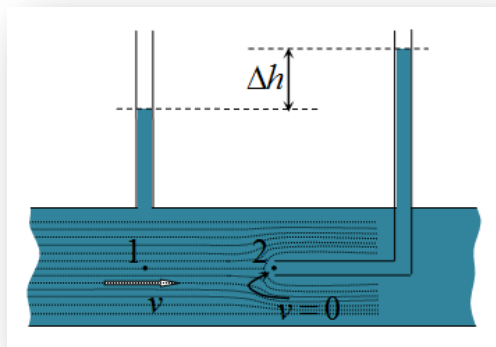
Στις αρχές του 18^{ου} αιώνα ο Γάλλος μηχανικός Henri Pitot επινόησε μια μέθοδο μέτρησης της ταχύτητας ενός ρευστού, που στηρίζεται στη διαφορά της στατικής πίεσης (static pressure) και της πίεσης στο σημείο ηρεμίας (stagnation pressure) δηλαδή του αθροίσματος στατικής και δυναμικής πίεσης. Η αρχή λειτουργίας του φαίνεται στο Σχήμα 2.

Στο σημείο 2, η ταχύτητα του ρευστού μηδενίζεται. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli για τα σημεία 1 και 2, έχουμε,

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_2$$

ή

$$v = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}}$$



Σχήμα 2. Η αρχή λειτουργίας του σωλήνα Pitot.

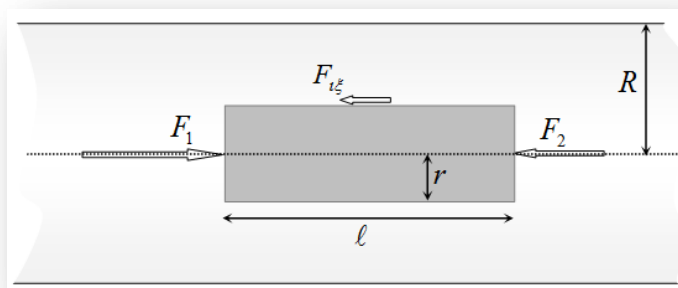
Αλλά η διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων 1 και 2 είναι ίση με την υδροστατική πίεση της στήλης υγρού ύψους Δh . Άρα,

$$v = \sqrt{2g\Delta h} \quad (2)$$

Πρέπει να σημειώσουμε ότι με την μέθοδο αυτή μετράμε την ταχύτητα του ρευστού σε συγκεκριμένο σημείο του πεδίου ροής (σημείο 2) στο οποίο μηδενίζεται η ταχύτητα.

Ροή πραγματικού ρευστού σε κυλινδρικό σωλήνα

Έστω ρευστό με ιξώδες που ρέει σε κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας R . Αν υποθέσουμε ότι η ροή είναι μόνιμη και στρωτή, λόγω συμμετρίας η ταχύτητα ροής θα είναι μόνο συνάρτηση της απόστασης r από τον άξονα ($v = v(r)$). Έτσι τα διάφορα στρώματα του ρευστού μπορούν να θεωρηθούν ως κυλινδρικοί φλοιοί με άξονα τον άξονα του σωλήνα.



Σχήμα 3. Ροή σε κυλινδρικό σωλήνα.

Έστω κυλινδρικό τμήμα του ρευστού ακτίνας r και μήκους ℓ (Σχήμα 3). Στο τμήμα αυτό ασκούνται δύο αντίρροπες δυνάμεις στις βάσεις του, λόγω της πίεσης στις περιοχές αυτές, μέτρου $F_1 = \pi r^2 p_1$ και

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

$F_2 = \pi r^2 p_2$ καθώς και η δύναμη λόγω του ιξώδους που ασκείται από το περιβάλλον στρώμα ρευστού, στην παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου εμβαδού $A = 2\pi r\ell$, με μέτρο $F_{i\xi} = 2\pi r\ell \tau$, όπου τ η διατμητική τάση ($\tau = \frac{F_{i\xi}}{A}$). Εφαρμόζοντας τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το τμήμα του ρευστού έχουμε,

$$F_1 - F_2 - F_{i\xi} = 0$$

αφού όπως υποθέσαμε η ροή είναι μόνιμη και οι ρευματικές γραμμές είναι παράλληλες, οπότε η επιτάχυνση του ρευστού είναι μηδέν. Αντικαθιστώντας προκύπτει,

$$r(p_1 - p_2) = 2\ell \tau \quad (3)$$

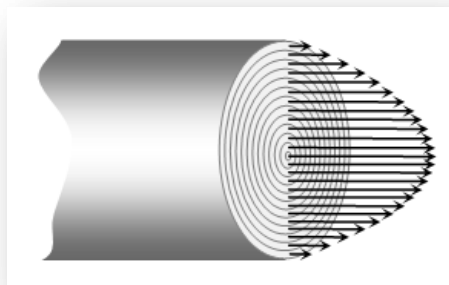
Για τα Νευτώνεια ρευστά η διατμητική τάση είναι ανάλογη της βαθμίδας της ταχύτητας. Δηλαδή, $\tau = -\eta \frac{dv}{dr}$, όπου η ο συντελεστής ιξώδους. Το αρνητικό πρόσημο τίθεται επειδή η ταχύτητα του ρευστού ελαττώνεται όσο πλησιάζουμε στα τοιχώματα του σωλήνα και μηδενίζεται σε αυτά, ($\frac{dv}{dr} < 0$). Αντικαθιστώντας στην (3) προκύπτει η διαφορική εξίσωση,

$$\frac{dv}{dr} + \frac{p_1 - p_2}{2\ell \eta} r = 0$$

Η λύση της τελευταίας με συνοριακή συνθήκη $v(R)=0$ είναι,

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\ell \eta} (R^2 - r^2) \quad (4)$$

Δηλαδή το προφίλ της ταχύτητας είναι παραβολικό όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.



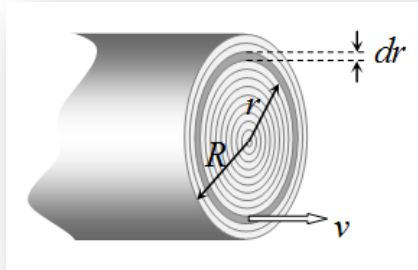
Σχήμα 4. Το προφίλ των ταχυτήτων ροής.

Όπως φαίνεται από την (4) η ταχύτητα στον άξονα του σωλήνα είναι μέγιστη και ίση με,

$$v_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\ell\eta} R^2 \quad (5)$$

Από την εξίσωση (4) μπορούμε να υπολογίσουμε την παροχή ως εξής:

Έστω κυλινδρικό στρώμα του ρευστού ακτίνας r και πάχους dr (Σχήμα 5) το οποίο



Σχήμα 5. Ένα κυλινδρικό στρώμα του ρευστού.

κινείται με την ταχύτητα που δίνεται από την εξίσωση (4). Η στοιχειώδης παροχή από το στρώμα αυτό θα είναι,

$$d\Pi = v(r) dA = \frac{p_1 - p_2}{4\ell\eta} (R^2 - r^2) 2\pi r dr$$

Με ολοκλήρωση σε όλη την επιφάνεια της εγκάρσιας διατομής βρίσκουμε,

$$\Pi = \frac{(p_1 - p_2)\pi R^4}{8\ell\eta} \quad (6)$$

Η τελευταία εξίσωση είναι γνωστή ως νόμος του Poiseuille. Η μέση ταχύτητα ροής υπολογίζεται από τη σχέση,

$$\bar{v} = \frac{\Pi}{A} = \frac{(p_1 - p_2)\pi R^4}{8\ell\eta \pi R^2} = \frac{(p_1 - p_2)}{8\ell\eta} R^2 = \frac{v_{\max}}{2}$$

Παρατήρηση: Στα παραπάνω συμπεράσματα μπορούμε να καταλήξουμε, επιλύοντας τις εξισώσεις Navier - Stokes για τη συγκεκριμένη ροή, αφού τις γράψουμε σε κυλινδρικές συντεταγμένες (Oertel, 2003; Young *et al.*, 2009).

Πρέπει να σημειώσουμε τέλος, ότι τα παραπάνω ισχύουν μακριά από το άκρο του σωλήνα στο οποίο εισέρχεται το ρευστό. Το προφίλ της ταχύτητας κατά την είσοδο δεν είναι αυτό που διαμορφώνεται στη συνέχεια και που παραμένει αμετάβλητο κατά τη ροή στον υπόλοιπο σωλήνα. Το "μήκος εισόδου" ℓ_e όπως ονομάζεται το μήκος του σωλήνα που απαιτείται για την αποκατάσταση της μονιμότητας της ροής, εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds (Re) (βλέπε επόμενη παράγραφο), και την ακτίνα R του σωλήνα (Douglas *et al.*, 2011; Young *et al.*, 2009). Συγκεκριμένα για στρωτή ροή ισχύει,

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

$$\ell_e = 0,12R \cdot Re$$

και για τυρβώδη ροή

$$\ell_e = 8,8R \cdot (Re)^{\frac{1}{6}}$$

Ο αριθμός Reynolds

Ο αριθμός Reynolds είναι μια αδιάστατη παράμετρος που αποτελεί κριτήριο για το είδος της ροής ενός ρευστού (στρωτή ή τυρβώδης). Για ροή σε κυλινδρικό σωλήνα ορίζεται ως,

$$Re = \frac{2\rho\bar{v}R}{\eta} \quad (7)$$

όπου:

ρ - η πυκνότητα του ρευστού

\bar{v} - η μέση ταχύτητα ροής

R - η ακτίνα του σωλήνα

η - ο συντελεστής ιξώδους

Για τις διάφορες τιμές του αριθμού Reynolds έχουμε,

$Re < 2100$: στρωτή ροή

$2100 < Re < 4000$: μεταβατική κατάσταση στην οποία η ροή μπορεί να είναι στρωτή ή τυρβώδης.

$Re > 4000$: τυρβώδης ροή

Για σωλήνα ακτίνας $R=5,5$ mm που θα χρησιμοποιήσουμε στην κατασκευή, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέγιστη τιμή της μέσης ταχύτητας ώστε να έχουμε στρωτή ροή για διάφορα υγρά στους $20^\circ C$. Από την εξίσωση (7) προκύπτει ότι για στρωτή ροή πρέπει, $\bar{v} < \frac{\eta Re}{2\rho R}$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε,

$$\bar{v} < 190909 \frac{\eta}{\rho}$$

(το πηλίκιο $\frac{\eta}{\rho}$ ονομάζεται κινηματικό ιξώδες)

Υπολογίζουμε την μέγιστη ταχύτητα ώστε η ροή να παραμένει στρωτή για τα παρακάτω υγρά (Lemuel and Tianying, 2014):

$$\text{για το νερό: } \rho = 10^3 \frac{Kg}{m^3}, \eta = 10^{-3} Pa \cdot s, \bar{v}_{\max} \approx 0,2 \frac{m}{s}$$

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

$$\text{για ηλιέλαιο}(26\text{ }^{\circ}\text{C}): \rho = 0,91 \cdot 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}, \eta = 48 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \bar{v}_{\text{max}} \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

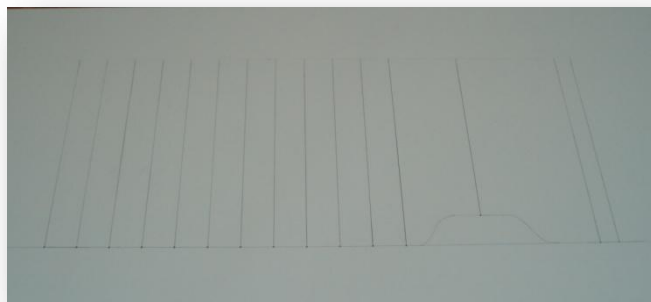
$$\text{για λάδι μηχανής (SAE 10): } \rho = 0,87 \cdot 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}, \eta = 65 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \bar{v}_{\text{max}} \approx 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μέρος Β. Κατασκευή της πειραματικής διάταξης

Υλικά που θα χρειαστούν:

- Ένα ορθογώνιο κομμάτι κόντρα πλακέ ή μελαμίνη διαστάσεων 125X70 (cm) περίπου και μικρού πάχους (8 ή 10 mm).
- Αλφαιδολάστιχο μήκους 2,5 m περίπου και εσωτερικής διαμέτρου 11 mm.
- Συσκευές χορήγησης ορού, το πλήθος των οποίων εξαρτάται από το πλήθος των σημείων στα οποία θα μετρήσουμε την πίεση του ρευστού.
- Τρυπάνι διαμέτρου 1,2-1,6 mm. Υπάρχουν σε σετ εργαλείων μοντελισμού.
- Κόλλα στιγμής.
- Δεματικά.
- Μια μικρή αντλία.
- Διάφορα υλικά που υπάρχουν στο σχολικό εργαστήριο.

Βήμα 1. Σχεδιάζουμε στο φύλλο μελαμίνης την επιθυμητή διαδρομή του σωλήνα (αλφαιδολάστιχου), και σημειώνουμε τα σημεία στα οποία θα μετράμε την πίεση του ρευστού (Εικόνα 1). Επίσης σημειώνουμε το σημείο (ή τα σημεία) στο οποίο θα ελαττώσουμε την διάμετρο του σωλήνα. Στο τέλος του ευθύγραμμου τμήματός του σημειώνουμε δύο τρύπες σε απόσταση περίπου 3 cm, τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε για την μέτρηση της διαφοράς της στατικής πίεσης και της πίεσης στο σημείο ηρεμίας, με βάση την οποία θα μπορούμε να μετράμε την ταχύτητα του ρευστού.



Εικόνα 1. Απεικόνιση σε φύλλο μελαμίνης της διαδρομής του σωλήνα. Φωτογραφία, όπως και όλες όσες ακολουθούν, του συγγραφέα.

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

Στα σημεία που θα στερεώσουμε το σωλήνα (τα οποία δεν πρέπει να απέχουν πολύ μεταξύ τους) κάνουμε δύο μικρές τρύπες, ώστε μόλις να χωράνε τα δεματικά που θα χρησιμοποιήσουμε, συμμετρικά ως προς τον άξονα του σωλήνα και σε απόσταση λίγο μικρότερη από τη διάμετρό του. Τοποθετούμε πρόχειρα το σωλήνα πάνω στο φύλλο ώστε τα δύο άκρα του να ενώνονται κοντά στο δεξιό (ή το αριστερό) άκρο της κατασκευής (ανάλογα με το σημείο που θέλουμε να τοποθετήσουμε την αντλία) και σημειώνουμε το σημείο στο οποίο θα ελαττώσουμε την διατομή του.

Βήμα 2. Στερεώνουμε δύο ορθοστάτες στα άκρα ενός εργαστηριακού πάγκου. Τοποθετούμε το σωλήνα στους ορθοστάτες ώστε το σημείο που θα στενέψουμε να είναι ανάμεσά τους και τον στερεώνουμε σ' αυτούς σε ύψος περίπου 30 cm. Τοποθετούμε ένα γκαζάκι μαζί με το πλέγμα κάτω από την περιοχή που θα στενέψουμε και θερμαίνουμε ήπια τεντώνοντας σταδιακά το αλφαδολάστιχο (Εικόνα 2α). Μετά από λίγο η διάμετρος θα αρχίσει να μειώνεται και μόλις γίνει αρκετά μικρότερη από την κανονική (Εικόνα 2β) απομακρύνουμε το γκαζάκι αλλά εξακολουθούμε να έχουμε το λάστιχο υπό τάση μέχρι να κρυώσει. Χρειάζεται προσοχή ώστε να μην αυξηθεί υπερβολικά η θερμοκρασία γιατί τότε το αλφαδολάστιχο θα κοπεί. Τοποθετούμε ξανά το σωλήνα στην επιφάνεια στήριξης και σημειώνουμε πάνω σ' αυτόν τα σημεία όπου θα μπουν τα σωληνάκια μέτρησης της πίεσης (Εικόνα 2γ).



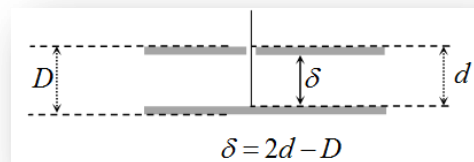
Εικόνα 2. (α) και (β) μορφοποιώντας το αλφαδολάστιχο. (γ) μαρκάροντας το σωλήνα.

Βήμα 3. Με το τρυπάνι των 1,2 mm ανοίγουμε προσεκτικά τρύπες στα σημεία που έχουμε σημαδέψει στο βήμα 2. Για να εξαλείψουμε τυχόν προεξοχή προς το εσωτερικό του σωλήνα από τμήματα του πλαστικού, η οποία θα επηρεάσει την ακρίβεια της μέτρησης, περιστρέφουμε το τρυπάνι ώστε ο άξονάς του να διαγράφει περίπου μια κωνική επιφάνεια ελαττώνοντας τη συχνότητα περιστροφής για να αποφύγουμε υπερβολικό άνοιγμα της τρύπας (Εικόνα 3).



Εικόνα 3. Τρυπώντας κατάλληλα το λάστιχο.

Αφού έχουμε τρυπήσει το αλφαδολάστιχο στο στενότερο σημείο του μετράμε την εσωτερική διάμετρο δ , με τη βοήθεια ενός λεπτού σύρματος και του διαστημόμετρου όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.



Σχήμα 6. Μέτρηση του αλφαδολάστιχου.

Βήμα 4. Για τη συγκόλληση του κεντρικού σωλήνα με τα σωληνάκια μέτρησης της πίεσης, θα χρειαστούμε έναν ορθοστάτη ο οποίος έχει στερεωθεί στον πάγκο του εργαστηρίου με δύο λαβίδες και μεταλλικούς συνδέσμους (Εικόνα 4). Στερεώνουμε το σωλήνα στην κάτω λαβίδα ώστε η τρύπα να απέχει 2-3 cm από αυτήν. Στην πάνω λαβίδα στερεώνουμε το σωληνάκι ορού μήκους 50 cm περίπου, τυλίγοντάς το με ένα κομμάτι χαρτί, ώστε να περισσεύει η μια άκρη του κατά 1 cm περίπου. Μετακινώντας κατάλληλα την πάνω λαβίδα βάζουμε την άκρη από το σωληνάκι ακριβώς πάνω από την τρύπα του μεγάλου σωλήνα. Αφού βεβαιωθούμε ότι είναι στη σωστή θέση βάζουμε περιμετρικά στο σημείο επαφής κόλλα στιγμής και περιμένουμε για 15-20 λεπτά ώστε να στεγνώσει καλά. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για όλα τα σωληνάκια.



Εικόνα 4. Συγκόλληση του κεντρικού σωλήνα με τα υπόλοιπα σωληνάκια.

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

Στην τελευταία τρύπα προσαρμόζουμε ένα λεπτό σωληνάκι από σκληρό πλαστικό με εξωτερική διάμετρο 3-4 mm περίπου, το οποίο σχηματίζει ορθή γωνία με πλευρές 2X1,5 cm περίπου. Επειδή είναι δύσκολο να βρούμε κάποιο που εκ κατασκευής να σχηματίζει ορθή γωνία μπορούμε να το διαμορφώσουμε με ήπια θέρμανση. Περνάμε την πλευρά των 2 cm μέσα στο σωλήνα, με το ανοιχτό άκρο προς την αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση ροής και την ευθυγραμμίζουμε με τον άξονά του. Στερεώνουμε με κόλλα στιγμής και όταν στεγνώσει προσαρμόζουμε το σωληνάκι μέτρησης της πίεσης (Εικόνα 5).



Εικόνα 5. Διαμόρφωση του άκρου του σωλήνα.

Βήμα 5. Χρησιμοποιώντας μεταλλικές γωνίες και δύο κομμάτια μελαμίνη ή οποιοδήποτε άλλο υλικό στερεώνουμε κατακόρυφα την επιφάνεια στήριξης (Εικόνα 6). Για την εύκολη μέτρηση του ύψους της στήλης του υγρού στα σωληνάκια μπορούμε να επικολλήσουμε χλαιοστομετρικό χαρτί (υπάρχει και σε ρολό) είτε αυτοσχέδια κλίμακα εκτυπωμένη σε plotter όπως φαίνεται στην Εικόνα 6. Η συγκεκριμένη τυπώθηκε σε αυτοκόλλητο αδιάβροχο πολυμερές, με ελάχιστη υποδιαίρεση 2mm.



Εικόνα 6. Κατακόρυφη τοποθέτηση της επιφάνειας στήριξης.

Βήμα 6. Τοποθετούμε το σωλήνα στην προκαθορισμένη θέση με τα σωληνάκια προς τα πάνω και τον στερεώνουμε με τα δεματικά. Τα σημεία δεσίματος καλό είναι να παρεμβάλουμε μικρά κομμάτια από το ίδιο αλφαδολάστιχο σχισμένα κατά μήκος, τα οποία να "αγκαλιάζουν" το κεντρικό, ώστε να αποφύγουμε την τοπική στένωση. Τεντώνουμε τα σωληνάκια προς τα πάνω και τα στερεώνουμε προσωρινά με χαρτοταινία. Στο δεξιό μέρος της κατασκευής και πάνω στη βάση στήριξης

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

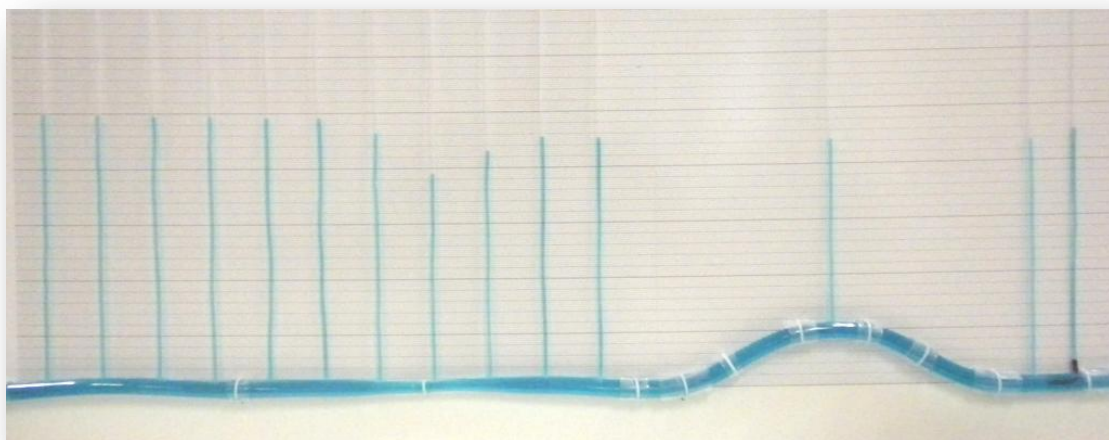
τοποθετούμε και στερεώνουμε το δοχείο που θα περιέχει το υγρό (ένα πλαστικό δοχείο απιονισμένου νερού 4 L κομμένο κατάλληλα είναι αρκετά βολικό). Κάνουμε δύο τρύπες διαμέτρου λίγο μικρότερης από την εξωτερική διάμετρο του σωλήνα δεξιά και αριστερά στο δοχείο από τις οποίες θα περάσουμε τα άκρα του αφαδολάστιχου. Κόβουμε το επιπλέον λάστιχο (αν περισσεύει) και τοποθετούμε την έξοδο της αντλίας στο αριστερό άκρο. Έχει σημασία (ειδικά στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε ρευστό με μικρό ιξώδες όπως το νερό) η θέση της αντλίας σε σχέση με τη φορά της ροής, ώστε να παρεμβάλλεται αρκετά μεγάλο μήκος σωλήνα μέχρι το οριζόντιο τμήμα στο οποίο θα παίρνουμε μετρήσεις πίεσης, ώστε στην περιοχή αυτή να έχει αποκατασταθεί το προφίλ της ταχύτητας που προβλέπεται θεωρητικά (βλ. στο θεωρητικό μέρος για το μήκος εισόδου). Συνδέουμε την αντλία με τροφοδοτικό συνεχούς. Μπορούμε να μεταβάλλουμε την τάση στα άκρα της μέχρι την τάση κανονικής λειτουργίας, ρυθμίζοντας έτσι στην επιθυμητή τιμή την ταχύτητα ροής και την παροχή. Η κατασκευή μας είναι έτοιμη (Εικόνα 7).



Εικόνα 7. Η ολοκληρωμένη διάταξη.

Μέρος Γ. Η συσκευή σε λειτουργία

Ακολουθούν μερικά παραδείγματα αξιοποίησης της συσκευής στη διδασκαλία μας.

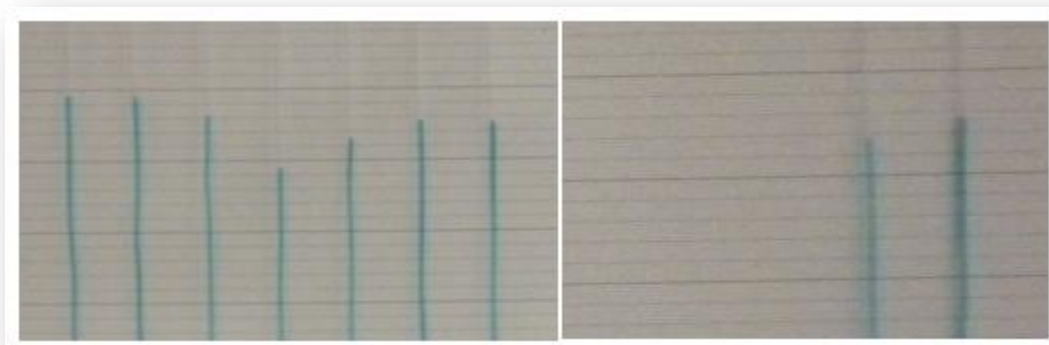


Εικόνα 8. Η συσκευή σε λειτουργία.

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

Προσθέτοντας χρωματισμένο νερό και θέτοντας σε λειτουργία την αντλία παρατηρούμε ότι για να έχουμε αρκετά μεγάλη στατική πίεση χωρίς να χρειάζεται μεγάλη ταχύτητα ροής θα πρέπει στην επιστροφή του νερού να προσαρμόσουμε ένα μικρό σφικτήρα τύπου G, ώστε να μπορούμε να πετύχουμε τον επιθυμητό συνδυασμό στατικής πίεσης και ταχύτητας ροής. Έτσι ρυθμίζοντας τη συσκευή μπορούμε να πετύχουμε την παραπάνω εικόνα (Εικόνα 8).

Παρατηρούμε ότι στην αριστερή περιοχή όπου η διατομή του σωλήνα είναι σταθερή, η πτώση πίεσης είναι αμελητέα αφού η παροχή είναι πάρα πολύ μικρή και ο συντελεστής ιξώδους του νερού είναι επίσης πολύ μικρός. Φαίνεται όμως καθαρά η ελάττωση της πίεσης στην περιοχή στένωσης σύμφωνα με την αρχή του Bernoulli. Μεγεθύνοντας κατά τμήματα παίρνουμε τις Εικόνες 9α και 9β.



Εικόνα 9. (α) και (β) το νερό ανέρχεται σε διαφορετικά ύψη.

Από την Εικόνα 9β μπορούμε να εκτιμήσουμε την ταχύτητα ροής από τη διαφορά στάθμης στα δύο σωληνάκια σύμφωνα με την εξίσωση 2.

$$\Delta h = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m} , g = 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ και } v \approx 0,4 \text{ m/s}$$

Η ταχύτητα που μετρήσαμε είναι η ταχύτητα στον άξονα του σωλήνα, άρα η μέγιστη ταχύτητα ροής.

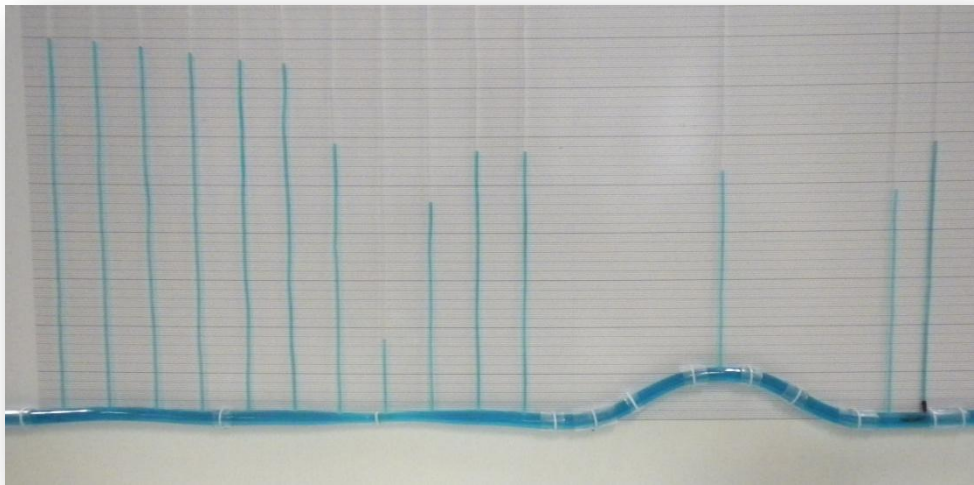
Παρατηρώντας το κεντρικό τμήμα βλέπουμε ότι η πίεση πριν το στένωμα διατηρείται περίπου σταθερή όπως επίσης και μετά από αυτό. Όμως η πίεση μετά το στένωμα είναι εμφανώς μικρότερη από πριν (περίπου ίση με 20 mm στήλης νερού) παρά το γεγονός ότι η διατομή είναι ίδια. Αυτό συμβαίνει γιατί η πτώση πίεσης στην περιοχή μικρής διατομής δεν είναι πια αμελητέα αφού όπως φαίνεται από την εξίσωση 6 είναι αντιστρόφως ανάλογη της 4ης δύναμης της ακτίνας για δεδομένη παροχή. Έτσι μπορούμε λόγω συμμετρίας να θεωρήσουμε την διαφορά πίεσης στο μέσο της στένωσης από την πίεση στην αρχή (περίπου ίση με 52 mm στήλης νερού), ως αποτέλεσμα της πτώσης πίεσης (ίση με 10 mm στήλης νερού) λόγω του ιξώδους και της πτώσης λόγω ελάττωσης της διατομής (ίση με 42 mm στήλης νερού) όπως προβλέπεται από την εξίσωση Bernoulli. Ασφαλώς η

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

εξίσωση Bernoulli ισχύει προσεγγιστικά αφού δεν πρόκειται για ιδανικό ρευστό, ωστόσο μπορούμε να εκτιμήσουμε την ταχύτητα ροής.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση 1 $\Delta h = 0,042m$ βρίσκουμε, $v \approx 0,4m/s$, σε συμφωνία με την μέτρηση με τη μέθοδο Pitot. Πρέπει να επισημάνουμε ότι η ταχύτητα που μετρήσαμε με τη μέθοδο Pitot είναι η ταχύτητα στον άξονα του σωλήνα και επομένως η μέση ταχύτητα θα είναι περίπου $0,2m/s$, δηλαδή στα όρια μετάβασης της ροής από στρωτή σε μεταβατική όπως υπολογίσαμε στο θεωρητικό μέρος με βάση τον αριθμό Reynolds.

Το φαινόμενο της πτώσης πίεσης γίνεται εμφανές αν η παροχή αυξηθεί όπως στην Εικόνα 10.



Εικόνα 10. Η κατάσταση με αυξημένη παροχή νερού.

Αν χρησιμοποιήσουμε ηλιέλαιο το οποίο έχει μεγαλύτερο συντελεστή ιξώδους, χρωματισμένο με μερικές σταγόνες χρωστικής για καλύτερο οπτικό αποτέλεσμα, παίρνουμε την εικόνα που φαίνεται στην Εικόνα 11.



Εικόνα 11. Το νερό έχει αντικατασταθεί με ηλιέλαιο.

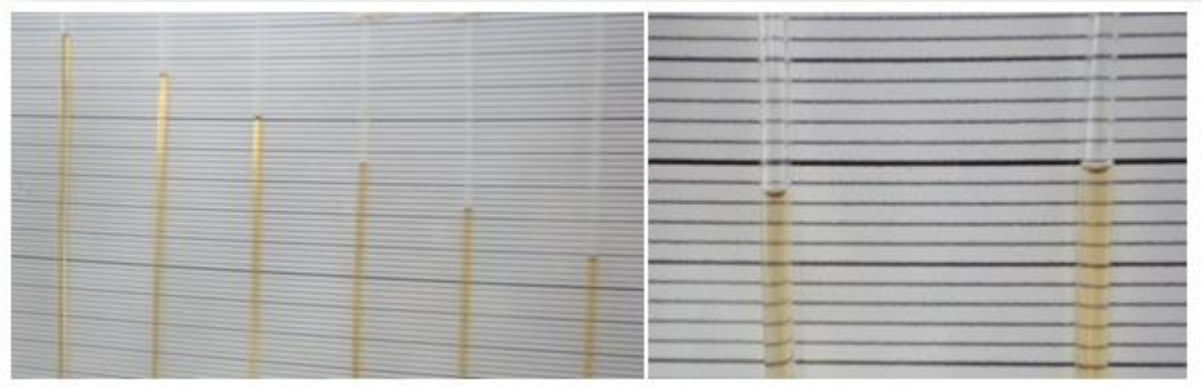
Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

Η απόσταση των σημείων που είναι προσαρμοσμένα το 1ο και το 6ο σωληνάκι είναι $\ell = 25\text{cm}$. Η διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο σημείων είναι $p_1 - p_2 = \rho g \Delta h$, με $\Delta h = 70\text{mm}$. Από την δεξιά φωτογραφία βρίσκουμε $\Delta h_1 = 8\text{mm}$. Πρέπει όμως να λάβουμε υπόψη ότι την στατική πίεση την μετράμε 0,8 cm αριστερότερα από την πίεση ηρεμίας. Επομένως η υψομετρική διαφορά που οφείλεται στη δυναμική πίεση θα είναι, $\Delta h_p = \Delta h_1 + \frac{70}{25} \cdot 0,8 = 10,24\text{mm}$. Συνδυάζοντας τις εξισώσεις 2 και 5 και αντικαθιστώντας $p_1 - p_2 = \rho g \Delta h$ βρίσκουμε,

$$\eta = \frac{\rho \sqrt{g R^2}}{4 \sqrt{2} \ell} \sqrt{\frac{\Delta h^2}{\Delta h_p}} \quad (8)$$

Αντικαθιστώντας για το ηλιέλαιο, $\rho = 910\text{Kg}/\text{m}^3$, $g = 9,8\text{m}/\text{s}^2$ και τις τιμές που μετρήσαμε προηγουμένως βρίσκουμε $\eta \approx 0,046\text{Pa} \cdot \text{s}$, τιμή που είναι πολύ κοντά στην πραγματική (ένα μικρό επιπλέον σφάλμα υπάρχει και οφείλεται στο ότι η θερμοκρασία τη ώρα του πειράματος ήταν περίπου 24°C).

Χρησιμοποιώντας λάδι μηχανής (SAE 10) παίρνουμε την Εικόνα 12.



Εικόνα 12. Το νερό έχει αντικατασταθεί με λάδι μηχανής.

Εργαζόμενοι όπως στο προηγούμενο παράδειγμα με το ηλιέλαιο βρίσκουμε, $\eta = 0,062\text{Pa} \cdot \text{s}$, επίσης πολύ κοντά στην πραγματική τιμή.

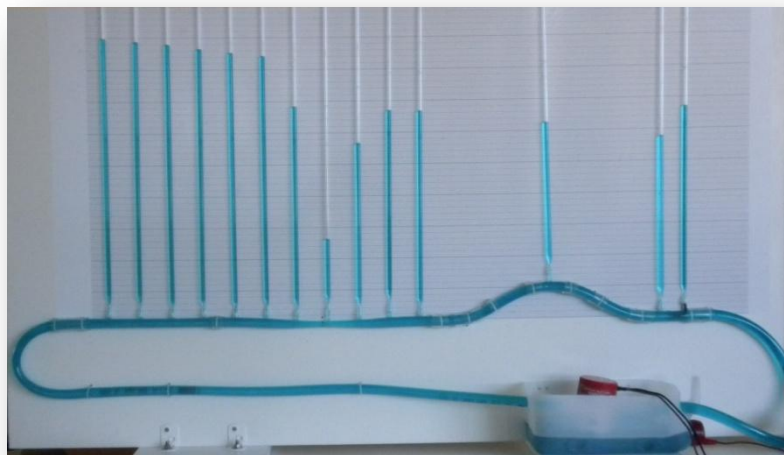
Παρατηρήσεις - συμπεράσματα

Μερικές παρατηρήσεις και βελτιώσεις που μπορεί να γίνουν είναι οι εξής:

Κατά την εκκίνηση λειτουργίας της συσκευής στα σωληνάκια μέτρησης της πίεσης δημιουργούνται περιοχές εγκλωβισμένου αέρα. Το πρόβλημα λύνεται εύκολα φυσώντας αέρα από το ελεύθερο άκρο τους ώστε ο εγκλωβισμένος αέρας να κατέβει στον κεντρικό σωλήνα και να

Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο

απομακρυνθεί με τη ροή του υγρού. Μια βελτίωση που θα λύσει αυτό το μικρό πρόβλημα αλλά και θα βελτιώσει την καλύτερη ανάγνωση των μετρήσεων μπορεί να είναι η εξής. Να κολλήσουμε στον κεντρικό σωλήνα μικρά κομμάτια από το σωληνάκι ορού (μήκους περίπου 2 cm) και στη συνέχεια να προσαρμόσουμε στεγανά χρησιμοποιώντας κόλλα σιλικόνης, γυάλινους σωλήνες εσωτερικής διαμέτρου όσο περίπου είναι η εξωτερική διάμετρος του σωλήνα ορού, τους οποίους θα στερεώσουμε σε κατακόρυφη θέση. Η συγκεκριμένη τροποποίηση έγινε μετά την ολοκλήρωση της παραπάνω εργασίας και το αποτέλεσμα είναι σαφώς καλύτερο όπως φαίνεται στην Εικόνα 13.



Εικόνα 13. Τροποποιημένη διάταξη.

Μια άλλη παρατήρηση είναι ότι χρησιμοποιώντας αλφαιδολάστιχο μικρότερης διαμέτρου μπορούμε να έχουμε δυνατότητα μεγαλύτερης ταχύτητας ροής για το νερό χωρίς η ροή να μεταπίπτει σε τυρβώδη. Τότε όμως η βαθμίδα πίεσης λόγω του ιξώδους θα αυξηθεί πάρα πολύ και το ύψος της κατασκευής πρέπει να γίνει αρκετά μεγαλύτερο προκειμένου να μπορούμε να πάρουμε μετρήσεις, ειδικά αν χρησιμοποιήσουμε ρευστά με μεγαλύτερο ιξώδες όπως στα προηγούμενα παραδείγματα.

Γράφοντας διαφορετικά την εξίσωση 8, $\frac{\rho\sqrt{g}R^2}{4\sqrt{2}\ell}\Delta h = \eta\sqrt{\Delta h_p}$, βλέπουμε ότι ο συντελεστής

ιξώδους μπορεί πειραματικά να υπολογιστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια παίρνοντας μετρήσεις των Δh και Δh_p και κάνοντας την γραφική παράσταση της οποίας η κλίση θα είναι ο συντελεστής ιξώδους. Όμως για ρευστά με σημαντικό συντελεστή ιξώδους, για τα οποία θα μπορούσαμε να έχουμε μετρήσεις για αρκετά διαφορετικές ταχύτητες ροής χωρίς να μεταπίπτει σε τυρβώδη, θα έπρεπε το ύψος της κατασκευής να είναι πολύ μεγαλύτερο.

Μια γρήγορη εφαρμογή της βασικής τεχνικής με την οποία κατασκευάστηκε η διάταξη μπορεί να είναι ένα βεντουρίμετρο για τη μέτρηση της ταχύτητας ροής του αέρα όπως φαίνεται στην Εικόνα 14..



Εικόνα 14. Βεντουρίμετρο μέτρησης ταχύτητας ροής αέρα.

Ο αναγνώστης μπορεί να δει τη συσκευή σε λειτουργία στη διεύθυνση:
<https://youtu.be/dls1lTuKUsw>.

Βιβλιογραφία

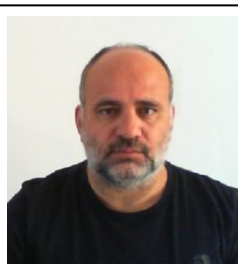
Douglas, J. F., Gasiorek, J., Swaffield, J. and Jack, L. (2011). *Fluid Mechanics*, 6th Edition.

Lemuel, M. D. and Tianying, L. (2014). Absolute Viscosities of Vegetable Oils at Different Temperatures and Shear Rate Range of 64.5 to 4835 s⁻¹. *Journal of Food Processing* Volume 2014 (2014). Διαθέσιμο στο <http://www.hindawi.com/journals/jfp/2014/234583/>

Oertel, H. (2003). *Introduction to fluid mechanics*.

Young, D. F., Munson, B. R., Okiishi, T. H. and Huebsch W. W. (2009). *A brief introduction to fluid mechanics*, 6th Edition

Όλες οι φωτογραφίες είναι του συγγραφέα.



Ο Σπύρος Χόρτης έχει σπουδάσει Φυσική στο Πανεπιστήμιο Αθηνών και έχει αποκτήσει μεταπτυχιακό τίτλο από το ΕΑΠ - Μεταπτυχιακό πρόγραμμα "Προχωρημένες Σπουδές στη Φυσική". Από το 2002 εργάζεται στη μέση εκπαίδευση. Από το 2012-2013 είναι υπεύθυνος του ΕΚΦΕ Λευκάδας. Έχει συμμετάσχει στη συγγραφή βιβλίου για τη Γ Λυκείου (2003) και έχει ασχοληθεί με τη δημιουργία μικροεφαρμογών (java applets) για την προσομοίωση φαινομένων Φυσικής.